

IN QUESTO ARTICOLO VIENE PRESENTATA UNA METODOLOGIA PER ANALIZZARE LE PRESTAZIONI IN TERMINI DI RUMORE E VIBRAZIONI DI UN ASSALE CON INGRANAGGI CONICI

Davide Marano GearLab
Timo Giese FunctionBay Germany
Saeed Ebrahimi KISSsoft AG

Analisi NVH di una trasmissione **CON INGRANAGGI CONICI**

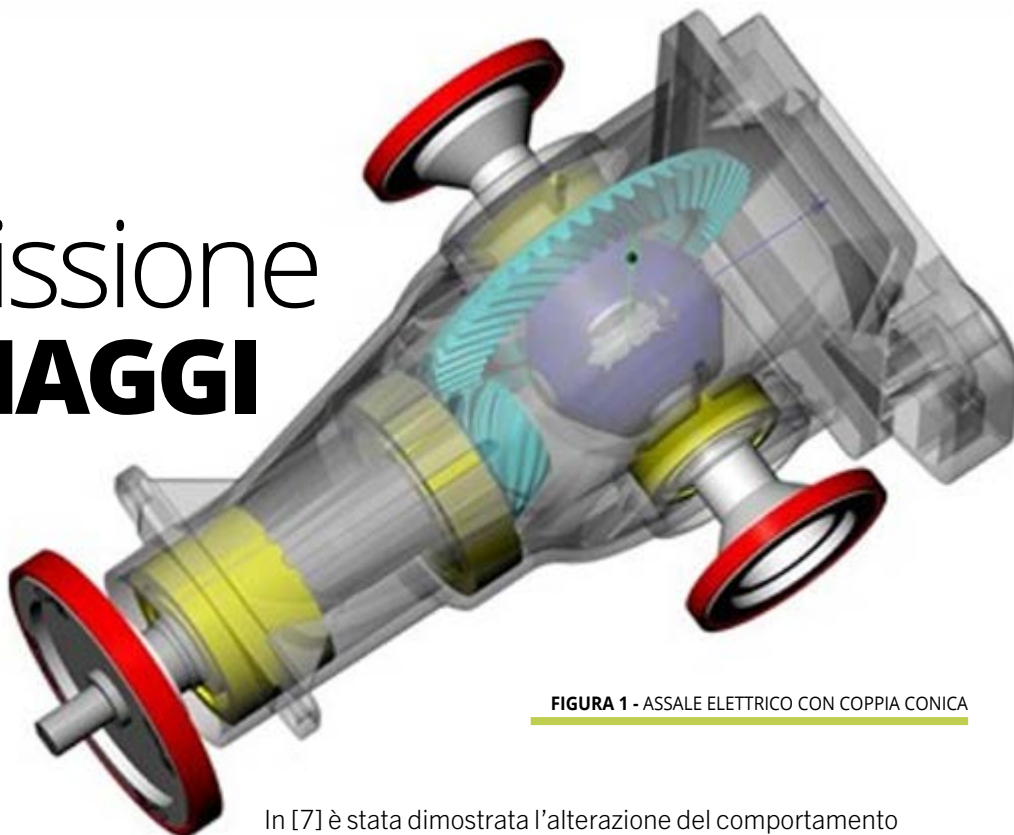


FIGURA 1 - ASSALE ELETTRICO CON COPPIA CONICA

Gli ingranaggi conici spirodali sono comunemente utilizzati per trasmettere potenza tra alberi rotanti aventi assi concorrenti. Le applicazioni di tali ingranaggi spaziano dalle trasmissioni per automobili, elicotteri ai riduttori per svariati impieghi industriali [1]. La presenza di un angolo di spirale consente un innesto morbido e graduale dei denti, tale da migliorare le caratteristiche di rumorosità e vibrazione (NVH) ad alta velocità [2]. La capacità di carico è inoltre migliorata grazie al ricoprimento di dentatura [3,4].

È ben noto che l'ottimizzazione NVH degli ingranaggi conici è un compito impegnativo. A causa delle limitazioni geometriche e delle tolleranze, possono sorgere difficoltà nei processi di produzione; inoltre, il comportamento acustico di tali ingranaggi è influenzato dal processo di lavorazione (machining) e di finitura. Ingranaggi con differente trattamento di finitura, ad esempio lappatura e rettifica, hanno sovente prestazioni acustiche differenti [5,6].

In [7] è stata dimostrata l'alterazione del comportamento acustico degli ingranaggi conici mediante l'applicazione di una deviazione topologica individuale (individual topology deviation). Applicando una dispersione topografica (topography scattering) alla dentatura, è possibile alterare la tonalità del rumore degli ingranaggi.

Un significativo miglioramento delle performance di rumorosità può essere ottenuto mediante una opportuna progettazione della macrogeometria degli ingranaggi e successivamente mediante il dimensionamento di opportune correzioni microgeometriche. L'ottimizzazione del livello di emissione acustica per un dato intervallo di coppia è una procedura impegnativa nella progettazione degli ingranaggi conici. Un compromesso tra una capacità di carico sufficiente e un livello di rumorosità accettabile può essere raggiunto simulando diverse microgeometrie mediante analisi del contatto della dentatura.

Poiché ogni particolare modifica del dente può essere valida per un determinato intervallo di carico operativo, lo studio presentato in [8] analizza le risposte forzate per diversi casi di carico di coppia media applicata.

I disallineamenti degli ingranaggi conici provocano solitamente spostamenti nella distribuzione del carico e influiscono sulla rumorosità. Lo scopo di questo lavoro è quello di studiare l'effetto della distanza di montaggio (H) sulla dinamica del sistema di un assale elettrico con ingranaggi conici. Un modello multibody a corpi flessibili del sistema è utilizzato per prevedere le accelerazioni su punti di controllo virtuali della trasmissione e viene calcolata la potenza irradiata equivalente (Equivalent Radiated Power) per tutte le configurazioni testate. I risultati mostrano che il rumore del sistema è minimizzato in corrispondenza di un opportuno valore dell'offset del pignone (H).

Geometria della coppia conica, disallineamento e calcolo degli ordini di eccitazione

L'assale analizzato di seguito è un riduttore a singola velocità che alimenta le ruote di un veicolo elettrico, come mostrato in figura 1. L'alimentazione è fornita da un motore sincrono a magneti permanenti all'albero di ingresso e lo stadio di uscita è integrato nella cassa del differenziale. La modellazione dello stadio differenziale non viene considerata nel presente studio.

Lo stadio della coppia conica è stato realizzato mediante fresatura frontale con il metodo Gleason-Duplex [10]. I dati macrogeometrici dell'ingranaggio sono riportati rispettivamente in tabella 1 e in tabella 2.

La configurazione della topografia ease-off degli ingranaggi conici è mostrata in figura 2, mentre i dati di controllo sono riportati nella tabella 3.

Produzione di ingranaggi conici

La geometria dei denti delle ruote coniche spirodali è influenzata principalmente dalla scelta del processo di sgrossatura [11]. I principali processi di produzione delle ruote coniche spirodali sono i processi di fresatura. Si distinguono prevalentemente due processi, face milling e face hobbing. La scelta è giustificata dalla diversa cinematica del processo e definisce anche il successivo processo di finitura (hard finishing).

Il processo di face milling è un processo di indicizzazione singolo in cui il pezzo è fermo e la testa della fresa rotante fresa una scanalatura del dente a forma di arco circolare. L'arco circolare consente un processo di rettifica con una mola a tazza come processo di finitura.

Dati di coppia - Fresatura frontale, Gleason duplex	Ingranaggio 1	Ingranaggio 2
Modulo trasversale ruota 2 (esterno)	m_{et2} [mm]	3.617
Diametro passo esterno ingranaggio 2	d_{e2} [mm]	170
Angolo medio di spirale, ingranaggio 1	β_{m1} [°]	48° - Destro
Angolo di pressione normale	α_n [°]	20°
Angolo dell'albero	Σ [°]	90°
Offset dell'asse	a [mm]	25.4
Raggio fresa	r_{co} [mm]	76.2

TABELLA 1 - INGRANAGGIO CONICO: DATI BASE

		Ingranaggio 1	Ingranaggio 2
Numero di denti	z [-]	13	47
Larghezza dente	b [mm]	28.725	25
Diametro di testa (esterno)	d_{ae} [mm]	71.4936	171.2028
Altezza del dente, esterna (esterno)	h_e [mm]	7.5144	7.3779
Angolo cono testa	δ_a [°]	22.9698	71.6033
Angolo cono di fondo	δ_f [°]	17.4591	65.8597
Fattore di spostamento del profilo	x_{hm}	0.4185	-0.4185
Fattore di modifica dello spessore del dente	x_{sm}	-0.0134	-0.0134

TABELLA 2 - INGRANAGGIO CONICO: DATI DELL'INGRANAGGIO

Dati di controllo	Drive	Coast
Valore dell'angolo di spirale	-0.0603°	0.0379°
Valore dell'angolo di pressione	0.0178°	-0.2183°
Valore di lenght crowning	68.5407 μ m	39,6430 μ m
Valore di Profile Crowning	1,1562 μ m	3,8688 μ m
Valore di Bias	7,0183 μ m	7,9648 μ m

TABELLA 3 - DATI DI CONTROLLO

L'altezza del dente è conica e la distanza tra i denti è costante. I dettagli sulla tecnologia di produzione delle ruote coniche a spirale sono disponibili in [12, 13].

La geometria dell'ingranaggio adottata per la simulazione è stata generata da un software che simula la procedura di taglio sia per il pignone che per l'ingranaggio. Le geometrie degli ingranaggi risultanti sono riportate nella figura 3.

Parametri di disallineamento della coppia conica

I disallineamenti di ingranamento provocano abitualmente spostamenti nella distribuzione del carico e influiscono sulla rumorosità. I parametri di disallineamento sono mostrati in figura 4 secondo le convenzioni di Klingelberg (o Gleason): lo spostamento assiale del pignone (indicato anche come distanza di montaggio) è denominato H (o P), lo spostamento verticale del pignone è denominato V (o E) e lo spostamento assiale della corona è denominato J (o G). In questo documento si adotta la convenzione Klingelberg. Con riferimento all'errore di distanza di mon-

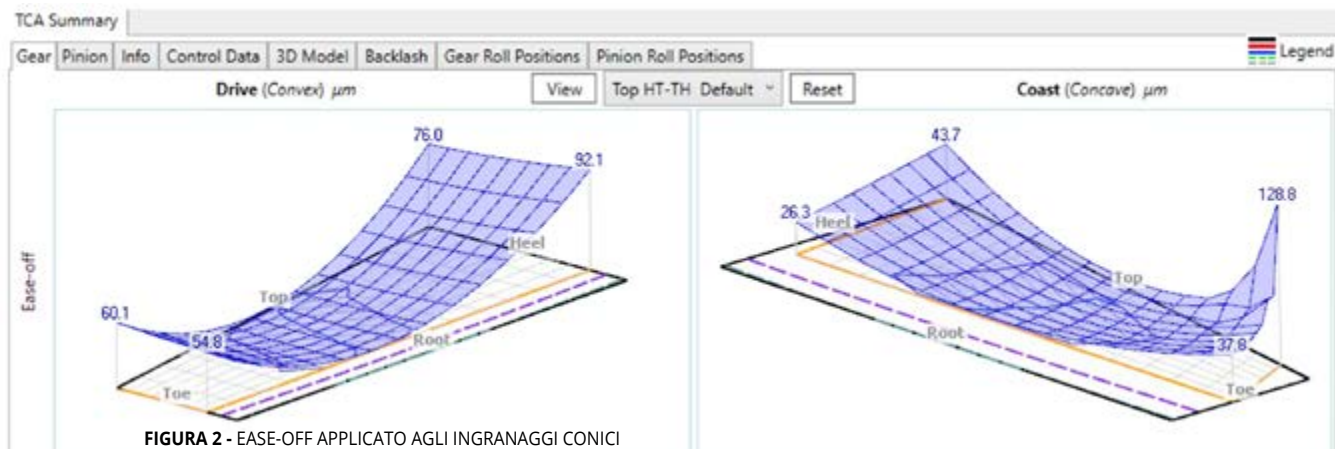


FIGURA 2 - EASE-OFF APPLICATO AGLI INGRANAGGI CONICI

Gear Mesh Order	$z1=13$
Harmonics of GMO	$f_m \pm n \cdot 1; 2f_m \pm n \cdot 1; 2f_m \pm n \cdot z1/z2; \dots$ $n=0,1,2, \dots$
Hunting tooth order	$f_m \cdot \text{GCD}(z1, z2) / z1 \cdot z2$ GCD is the greatest common divisor of both the number of teeth (z1 and z2)
Low harmonics of the Shaft Speed	1,2,3,...

TABELLA 4 - FREQUENZE RELATIVE A INGRANAGGI E ALBERI

taggio H, quando la distanza di montaggio del pignone è un errore positivo, il contatto del pignone si sposta verso il fondo del dente, mentre il contatto della corona si sposta verso la testa del dente. Questa è la stessa situazione che si verifica se l'angolo di pressione del pignone è inferiore a quello della corona. Se invece la distanza di montaggio del pignone ha un errore negativo, il contatto del pignone si sposterà verso la testa e quello della corona verso il fondo. Ciò significa che l'angolo di pressione del pignone è maggiore di quello dell'ingranaggio. L'errore di distanza di montaggio provoca anche una variazione del gioco: un errore positivo aumenta il gioco e uno negativo lo diminuisce. Poiché l'errore della distanza di montaggio

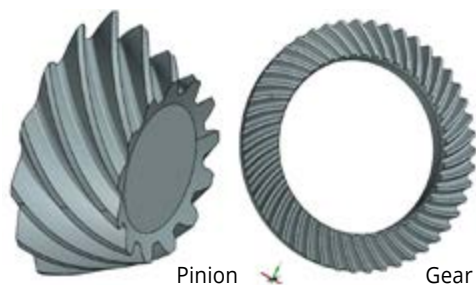


FIGURA 3 - GEOMETRIA DELL'INGRANAGGIO CONICO

del pignone influisce notevolmente sul contatto del dente, è consuetudine regolare la corona piuttosto che il pignone nella sua direzione assiale. È stata eseguita un'analisi LTCA (Loaded Tooth Contact Analysis) sulla geometria della coppia conica dell'assale elettrico del caso di studio, modificando l'offset del pignone da valori negativi a positivi. I risultati sono illustrati in figura 5.

Ordini di eccitazione degli ingranaggi del caso di studio assale elettrico

Di seguito viene riportato il calcolo degli ordini di eccitazione degli ingranaggi, con riferimento all'albero di ingresso, secondo le formule fornite in [14] e [15]. Le frequenze degli ingranaggi e dell'albero, elencate nella tabella 4, sono legate a:

- Armoniche della velocità dell'albero: derivano da squilibri e disallineamenti (paralleli e angolari);
- Armoniche della frequenza fondamentale di ingranamento e relative sidebands;
- Frequenze frazionali della frequenza fondamentale di ingranamento (componenti subarmoniche).

Modellazione multibody dell'assale elettrico

In questa sezione è introdotto il modello multibody dell'assale elettrico. Viene dapprima illustrata la formulazione del contatto adottata, quindi vengono descritti i fondamenti dell'analisi multibody dei corpi flessibili.

Descrizione della generazione della forza di contatto

Diversi modelli di forza di contatto sono oggi implementati nei modelli di dinamica multibody [16]. Nel presente studio è stata scelta una formulazione di contatto denominata penalty. L'approccio penalty consente di cal-

colare la forza di contatto in funzione della penetrazione dei due corpi a contatto. La forza di contatto f_n è calcolata come il prodotto della rigidità di contatto k moltiplicata per la profondità di penetrazione δ e lo smorzamento c moltiplicato per la velocità di penetrazione $\dot{\delta}$:

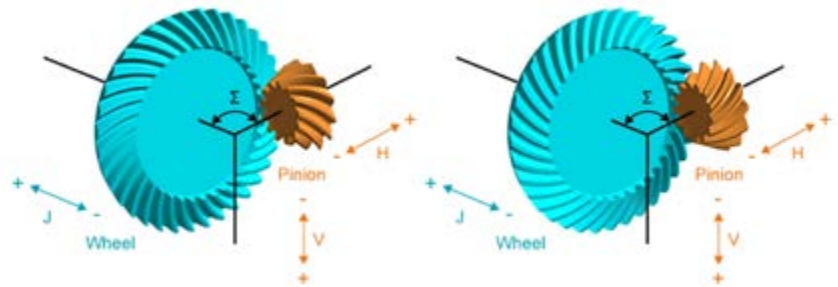
$$f_n = k\delta^{m_1} + c \frac{\dot{\delta}}{|\dot{\delta}|} |\dot{\delta}|^{m_2} \delta^{m_3} \quad (1)$$

Gli esponenti m_1, m_2, m_3 sono utilizzati per aggiungere comportamenti non lineari tipici dei sistemi; m_3 produce un effetto di smorzamento (indentation damping effect). Se le geometrie di contatto possono essere descritte analiticamente, come nel caso della maggior parte dei cuscinetti volventi, il compito principale è quello di determinare i parametri di contatto come la rigidità e lo smorzamento e i loro esponenti. Nel caso di contatti lineari e puntiformi, la teoria di Hertz può essere utilizzata per determinare la rigidità e l'esponente di rigidità [17]. Per lo smorzamento, di solito si utilizzano valori empirici che spesso hanno una relazione con la rigidità.

Se la superficie di contatto non può essere descritta analiticamente, la medesima è discretizzata mediante triangolazione. L'approssimazione di una superficie mediante triangoli, può influire sulla accuratezza del calcolo.

Pertanto, quando si utilizzano tali contatti, è necessario prestare attenzione affinché la mappatura della superficie raggiunga un equilibrio tra tempo di calcolo e accuratezza dei risultati. La figura 7 mostra diverse discretizzazioni del pignone in funzione dei principali parametri (plane tolerance factor e maximum facet size factor).

Se si vuole simulare il comportamento NVH degli ingranaggi, è importante evitare il rumore da contatto, poiché non è possibile separare il rumore derivante dalla discretizzazione del contatto dal rumore derivante dal comportamento effettivo del modello (che deve essere osservato). Riguardo la discretizzazione della superficie di contatto, Choi mostra in [18-19] come il rumore di contatto possa essere ridotto interpolando la superficie di contatto mediante spline. In Figura 8 è illustrata tale approssimazione mediante una forma circolare ideale e su un fianco ad evolvente. Si può notare che una buona rappresentazione della superficie dipende dal numero di nodi utilizzati, ma lo smoothing riduce il divario tra l'approssimazione mediante triangolazione e la geometria reale. Poiché la rappresentazione spline utilizza le normali delle facce degli elementi circostanti, uno spigolo nella geometria porta a



PARAMETERS ARE DEFINED IN THE MIDDLE OF THE GEAR'S FACEWIDTH

Conversion of misalignment parameters		Conversion of misalignment parameters	
Klingenberg (KISSsoft Input)	Gleason	Klingenberg (KISSsoft Input)	Gleason
V-	E+	V+	E+
H	P	H	P
J	G	J	G
Σ	α	Σ	α

FIGURA 4 - PARAMETRI DI DISALLINEAMENTO DEGLI INGRANAGGI SECONDO LE CONVENZIONI GLEASON E KLINGENBERG

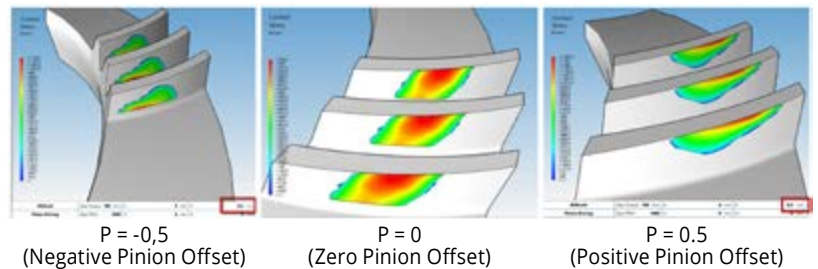


FIGURA 5 - ANALISI DI CONTATTO DELLA COPPIA CONICA AL VARIARE DELL'OFFSET PIGNONE (COPPIA APPLICATA 500 NM)



FIGURA 6 - MODELLO MULTIBODY DELL'ASSE ELETTRICO DEL CASO DI STUDIO

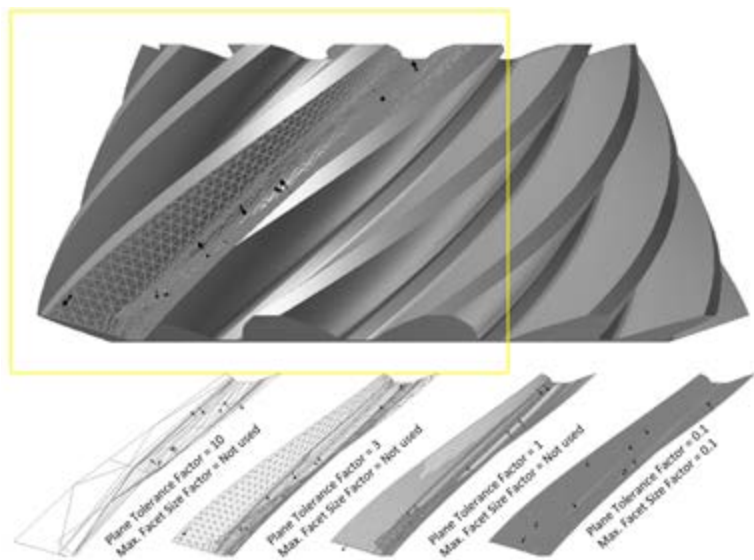


FIGURA 7 - DISCRETIZZAZIONE DELLA SUPERFICIE DEL PIGNONE

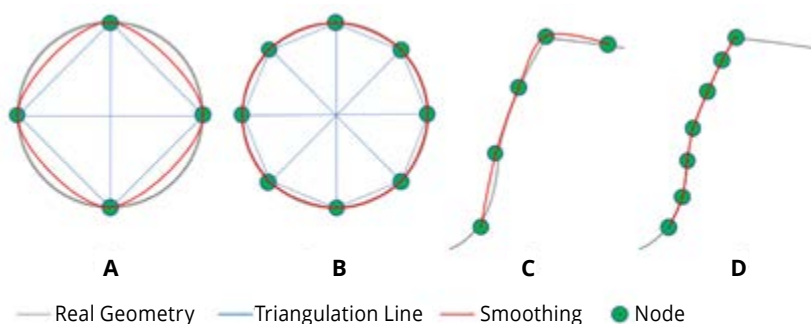


FIGURA 8 - ESEMPI DI DISCRETIZZAZIONE

una errata interpretazione della geometria, come illustrato in figura 8c. Questo concetto è importante per la rappresentazione degli ingranaggi in cui tale smoothing deve essere omesso o la superficie deve essere divisa sui bordi (figura 8d). Per il modello del pignone e dell'ingranaggio è stata scelta una rappresentazione dettagliata della superficie, in cui il plane tolerance factor è uguale a 1 e il maximum facet size factor è uguale a 0,1. È stato applicato lo smoothing dei contatti.

Al fine di ottenere una buona stima della rigidità del contatto, è utile confrontare i risultati del modello di contatto multibody con altri software specializzati o con l'analisi del contatto basata su FEM. In questo studio, il modello di contatto è stato confrontato con un software specializzato in ingranaggi conici (figura 9).

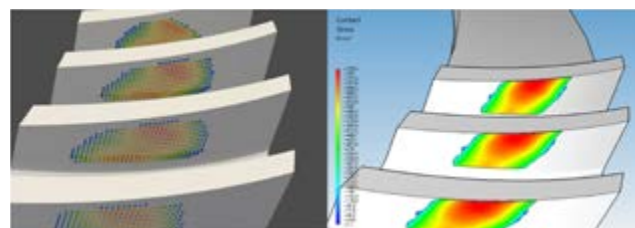


FIGURA 9 - CONFRONTO DEL MODELLO DI CONTATTO DEGLI INGRANAGGI: SIMULAZIONE MULTIBODY (SINISTRA) E SOFTWARE DEDICATO ALL'ANALISI DI INGRANAGGI CONICI (DESTRA) - (COPPIA APPLICATA 100 NM)

Integrazione flessibile del corpo

Analisi modale

L'analisi modale consiste nella determinazione delle caratteristiche dinamiche del sistema sotto forma di frequenze naturali, coefficienti di smorzamento e forme modali e nel loro utilizzo per la formulazione di un modello matematico che descriva il comportamento dinamico del sistema [20]. Le vibrazioni libere di un sistema a più gradi di libertà (MDOF), contenuti nel vettore $\{x\}$ sono studiate a partire dall'equazione del moto non smorzata:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (2)$$

Dove $[M]$ è la matrice di massa, definita positiva, $[K]$ è la matrice di rigidità, semidefinita positiva in quanto il sistema può mostrare modi di corpo rigido (come nel caso di una EDU montata sui propri tamponi).

La soluzione non banale dell'Equazione fornisce le vibrazioni libere del sistema. Imponendo un moto tale per cui tutte le coordinate Lagrangiane dipendono dalla stessa funzione del tempo, ossia

$\{x\} = \{\Phi\} \sin(\omega t)$, si ottiene:

$$(-\omega^2 [M] + [K]) \{\Phi\} = \{0\} \quad (3)$$

Le soluzioni non banali seguono dall'imposizione della singolarità della matrice $(-\omega^2 [M] + [K])$:

$$\det(-\omega^2 [M] + [K]) = 0 \quad (4)$$

L'Equazione rappresenta un problema agli autovalori, con ω^2 autovalore (il quadrato della frequenza naturale del sistema) e $\{\Phi\}$ autovettore (la forma modale).

Una EDU è generalmente supportata da tamponi in materiale elastomerico, il cui scopo è ridurre le vibrazioni pro-

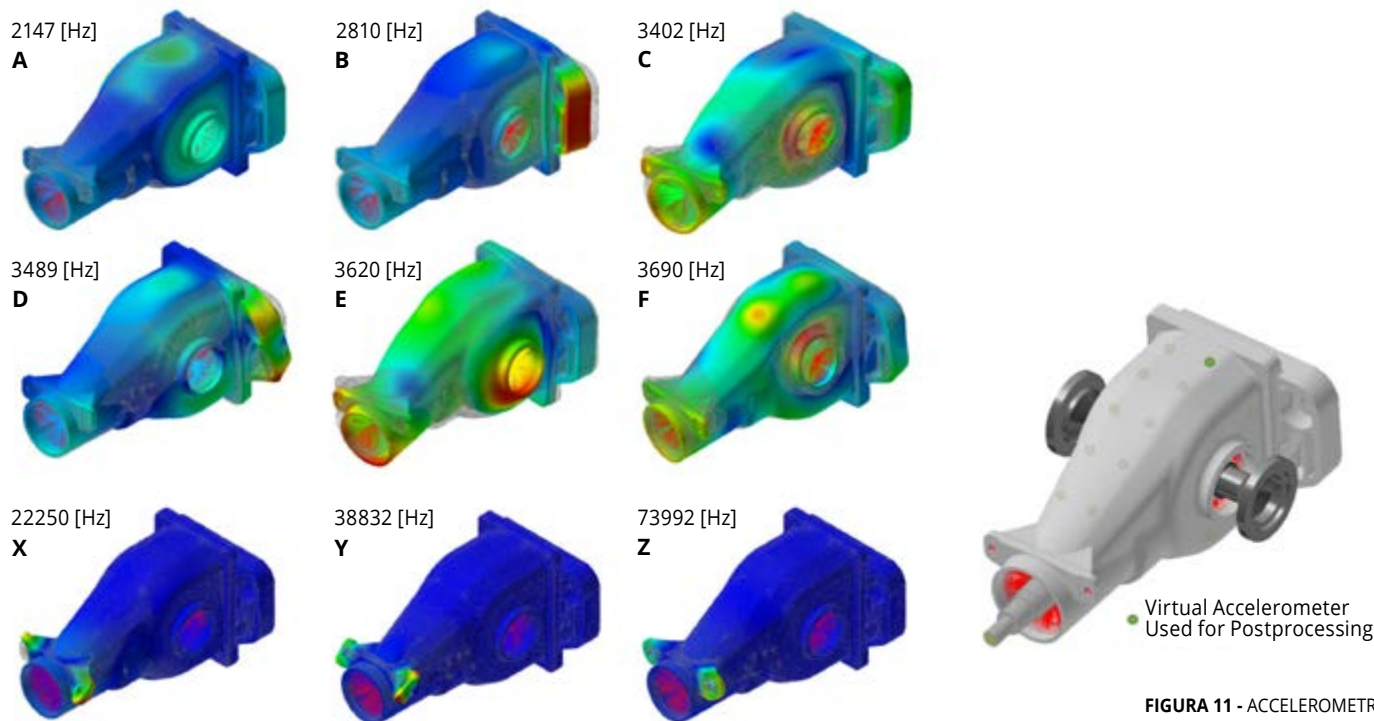


FIGURA 10 - SELEZIONE DEI MODI DI VIBRAZIONE DELL'ALLOGGIAMENTO - MODI STRUTTURALI (A-F) E MODI LIMITE (X-Z)

FIGURA 11 - ACCELEROMETRI VIRTUALI COLLOCATI SULL'HOUSING DELL'ASSALE ELETTRICO

venienti dal sistema in modo tale da disaccoppiarlo dal telaio. Per la determinazione dei sei modi rigidi (a bassa frequenza), la matrice di massa assume la seguente forma:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Dove m è la massa complessiva del sistema e J_{ij} rappresentano le componenti del tensore di inerzia rispetto ad ogni asse. La matrice di rigidità dipende dalle caratteristiche dei tamponi in termini di rigidità statiche e dinamiche [32].

Di solito i primi modi flessibili di una EDU sono relativi alla flessione dei supporti che connettono la scatola al telaio. Questi modi possono portare a disturbi NVH al guidatore se le vibrazioni si propagano attraverso il telaio, interagendo con altri sistemi dinamici in un certo intervallo di frequenze, ovvero di velocità di avanzamento del veicolo. Per superare queste problematiche, può essere necessario incrementare il rapporto tra rigidità e massa dei supporti al fine di spostare i modi al di fuori delle frequenze di interesse oppure installare opportuni smorzatori.

Potenzioli sorgenti sonore derivano inoltre dai modi membranali della scatola o di altri componenti installati su di essa. Dunque, nella progettazione è importante considerare oltre alla resistenza dei componenti anche le caratteristiche dinamiche, per evitare problematiche NVH.

Tecniche di riduzione modale

Nei problemi di dinamica strutturale sono utilizzati modelli agli elementi finiti per rappresentare il comportamento dinamico di una struttura. Essi possono contenere milioni di gradi di libertà, pertanto risolvere un problema dinamico è oneroso dal punto di vista computazionale. Per ovviare a tale problema, sono spesso adottati metodi di riduzione, basati sul principio della sovrapposizione modale: gli spostamenti nodali $\{x\}$ vengono scritti come combinazione lineare di modi normali $\{\Phi_j\}$ e ampiezze modali η_j :

$$\{x\} = \sum_{j=1}^m \{\Phi_j\} \eta_j \quad (6)$$

La forma generale delle equazioni del moto di ogni sotto-struttura è:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{p\} + \{g\} \quad (7)$$

Con $[M]$ matrice di massa della sotto-struttura, $[C]$ matrice di smorzamento e $[K]$ matrice di rigidità.

$\{p\} + \{g\}$ rappresenta il vettore delle forze: $\{p\}$ denota i carichi esterni e $\{g\}$ le forze che la sotto-struttura scambia con le sotto-strutture adiacenti. La riduzione è eseguita trasformando il vettore $\{x\}$ contenente gli n gradi di liber-

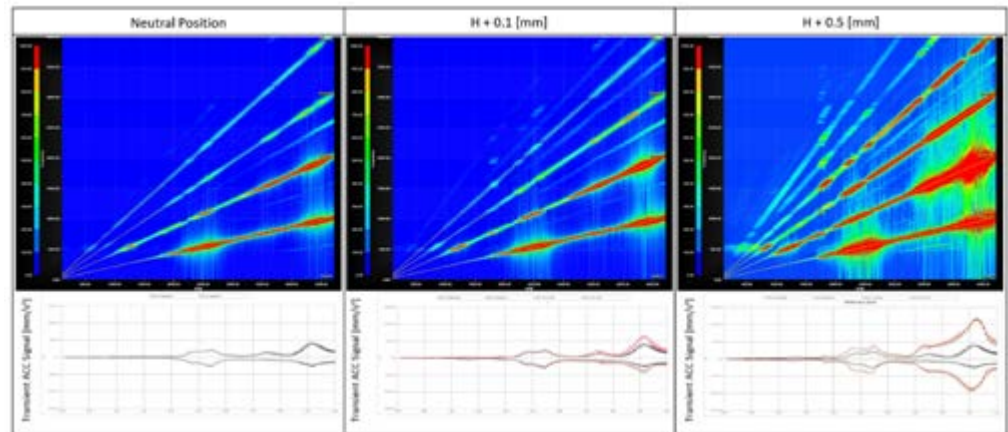


FIGURA 12 - DIAGRAMMA DI CAMPBELL DELL'ACCELERAZIONE SUL PUNTO DI CONTROLLO - OFFSET POSITIVO DEL PIGNONE



FIGURA 15 - RADIATORE SFERICO
E HOUSING DELL'ASSALE ELETTRICO

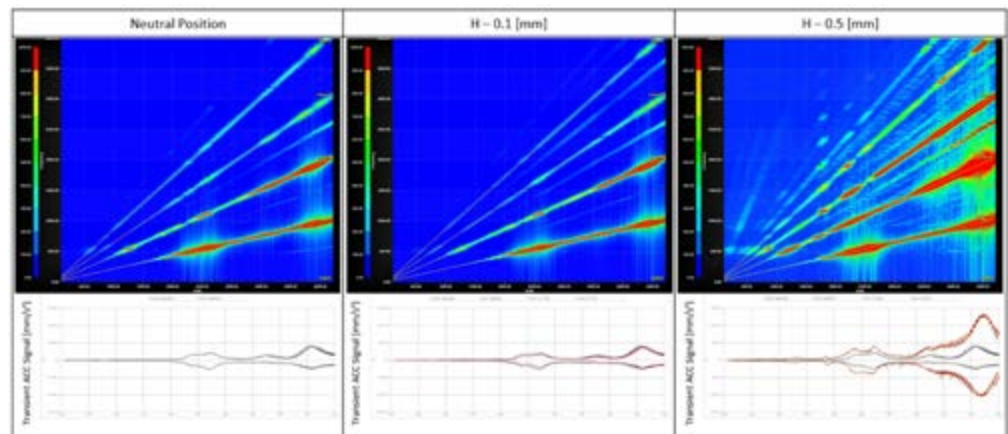


FIGURA 13 - DIAGRAMMA DI CAMPBELL DELL'ACCELERAZIONE SUL PUNTO DI CONTROLLO - OFFSET NEGATIVO DEL PIGNONE

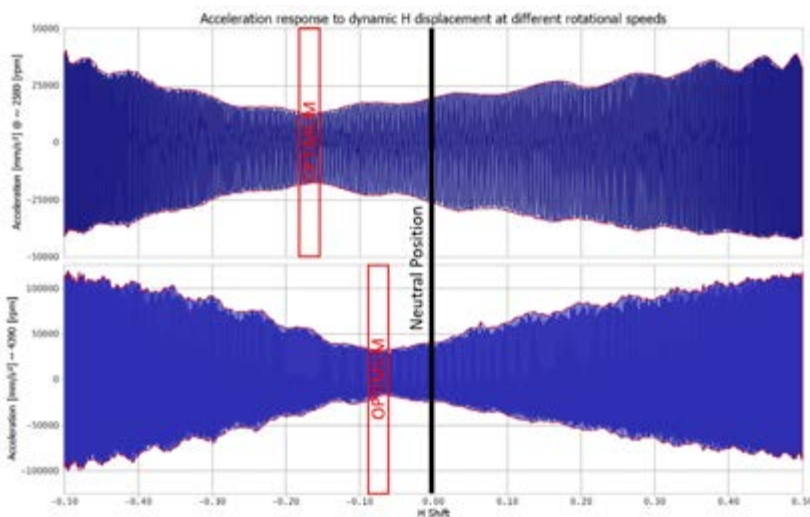


FIGURA 14 - DISTANZA DI MONTAGGIO (H SHIFT) RISPETTO ALL'ACCELERAZIONE DEL SISTEMA, VELOCITÀ DI INGRESSO DI 270 RAD/S E 460 RAD/S: L'OFFSET H OTTIMALE DIPENDE DALLA VELOCITÀ DI INGRESSO

tà fisici della sotto-struttura in un vettore $\{q\}$ contenente gli r gradi di libertà generalizzati, attraverso la matrice di trasformazione $[R]$:

$$\{x\} = [R] \{q\}$$

$[R]$ è la base di riduzione modale, di dimensioni $n \times r$. Per una riduzione efficace, sarà $r \ll n$. Si ha dunque:

$$[M][R]\{\ddot{q}\} + [C][R]\{\dot{q}\} + [K][R]\{q\} = \{p\} + \{g\} + \{r\} \quad (8)$$

Dove $\{r\}$ è l'errore che si commette per via del fatto che il vettore $\{q\}$ contenente i gradi di libertà generalizzati non include l'intero spazio delle soluzioni. L'errore è ammesso solo nello spazio non incluso nella base di riduzione, ossia $[R]^T \{r\} = 0$. La proiezione dell'Equazione precedente rispetto alla base di riduzione porta a:

$$[R]^T [M] [R] \{\ddot{q}\} + [R]^T [C] [R] \{\dot{q}\} + [R]^T [K] [R] \{q\} = [R]^T \{p\} + [R]^T \{g\} \quad (9)$$

Ossia:

$$[\tilde{M}]\{\dot{q}\} + [\tilde{C}]\{q\} + [\tilde{K}]\{q\} = \{\tilde{p}\} + \{\tilde{g}\} \quad (10)$$

In genere la base è composta da un insieme di modi vibrazionali contenenti informazioni sul comportamento dinamico della sotto-struttura e da un insieme di modi statici che rappresentano la risposta statica della sotto-struttura a una forza o ad uno spostamento unitari applicati al contorno (ossia provenienti dalle sotto-strutture adiacenti [33]).

Il metodo Craig-Bampton

Nel metodo Craig-Bampton [34] i gradi di libertà della sotto-struttura $\{x\}$ vengono suddivisi in gradi di libertà al contorno $\{x_b\}$ e gradi di libertà interni $\{x_i\}$; ognuno di questi vettori si riferisce a uno specifico gruppo di nodi nel modello agli elementi finiti:

- l'informazione vibrazionale è l'insieme di modi ottenuti fissando la sotto-struttura ai suoi gradi di libertà al contorno, $\{x_b\} = \{0\}$ e analizzandola al fine di ottenere gli autovettori (modi di vibrare di struttura vincolata);
- i modi vincolati vengono utilizzati per rappresentare la deformazione statica di una sotto-struttura, causata dalle sotto-strutture adiacenti.

Modi di vibrare di struttura vincolata: sono calcolati vincolando i gradi di libertà al contorno. Il primo passo è la suddivisione dei gradi di libertà $\{x\}$ in gradi di libertà al contorno $\{x_b\}$ e gradi di libertà interni $\{x_i\}$. Trascurando lo smorzamento, può scriversi:

$$\begin{bmatrix} [M_{bb}] & [M_{bi}] \\ [M_{ib}] & [M_{ii}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}_b\} \\ \{\ddot{x}_i\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{bb}] & [K_{bi}] \\ [K_{ib}] & [K_{ii}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{x_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{p_b\} + \{g_b\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Dove $\{g_b\}$ contiene le forze di reazione con le sotto-strutture adiacenti. Vincolando i gradi di libertà al contorno (ovvero

$\{x_b\} = \{0\}$) si ottiene:

$$[M_{ii}]\{\ddot{x}_i\} + [K_{ii}]\{x_i\} = \{0\} \quad (12)$$

Che può essere risolta come un problema agli autovalori:

$$(-\omega_{ij}^2 [M_{ii}] + [K_{ii}]) \{\Phi_{ij}\} = \{0\} \quad (13)$$

Il risultato è un set di autovettori e autovalori della sotto-struttura, vincolata ai suoi gradi di libertà al contorno $\{x_b\}$:

$$\{x_i\} = [\Phi_{ij}] \{\eta_j\} \quad (14)$$

Modi vincolati: rappresentano la risposta statica della sotto-struttura a uno spostamento applicato al contorno. Sono di fatto rappresentativi della deformazione statica dovuta ad uno spostamento unitario applicato ad uno dei gradi di libertà al contorno contenuti nel vettore $\{x_b\}$, mentre i restanti sono fissi, e non vengono applicate forze sui gradi di libertà interni.

Il primo passo consiste nella ripartizione dei gradi di libertà in gradi di libertà al contorno e interni. La seconda equazione, trascurando i carichi inerziali, diventa:

$$[K_{ib}] \{x_b\} + [K_{ii}] \{x_i\} = \{0\} \quad (15)$$

Da cui:

$$\{x_i\} = -[K_{ii}]^{-1} [K_{ib}] \{x_b\} \quad (16)$$

Le colonne della matrice di condensazione statica $-[K_{ii}]^{-1} [K_{ib}]$ contengono i modi statici, ossia la risposta statica dei gradi di libertà interni $\{x_i\}$ per uno spostamento unitario dei gradi di libertà al contorno $\{x_b\}$.

Dunque, il vettore dei gradi di libertà $\{x\}$ può essere espresso in funzione dei gradi di libertà al contorno, ossia:

$$\begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{x_i\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{ii}]^{-1} [K_{ib}] \end{bmatrix} \{x_b\} = \begin{bmatrix} [I] \\ [\psi_{c,i}] \end{bmatrix} \{x_b\} = [\psi_c] \{x_b\} \quad (17)$$

Una volta che i modi vincolati e i modi di vibrare di struttura vincolata sono stati ottenuti, il campo di spostamento dei nodi interni può essere scritto come sovrapposizione dei modi statici e dinamici, ed è funzione del solo campo di spostamenti dei nodi al contorno $\{x_b\}$: questo è un aspetto fondamentale di ogni metodo di condensazione:

$$\{x_{ij}\} = [\Psi_{c,i}] \{x_{bi}\} + [\Phi_{ij}] \{\eta_j\} \quad (18)$$

La base di riduzione è dunque:

$$\begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{x_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ [\psi_{c,i}] \{x_b\} + [\phi_i] \{\eta_i\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [\psi_{c,i}] & [\phi_i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{\eta_i\} \end{Bmatrix} = [R_{CB}] \begin{Bmatrix} \{x_b\} \\ \{\eta_i\} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Da cui,

$$[\tilde{M}] = [R_{CB}]^T [M] [R_{CB}] \text{ e } [\tilde{K}] = [R_{CB}]^T [K] [R_{CB}] \quad (20)$$

H+ / H- SHIFT OF PINON

	-0.5 [mm] Shift	-0.1 [mm] Shift	Neutral Position	+0.1 [mm] Shift	+0.5 [mm] Shift
Shift of the SPL relative to the neutral position	+ 4.37 [dB]	- 2.0 [dB]	± 0.0 [dB]	+ 1.77 [dB]	+ 5.06 [dB]

TABELLA 5 - LIVELLO DI PRESSIONE SONORA E OFFSET DEL PIGNONE

Il vettore dei gradi di libertà generalizzati contiene sia spostamenti fisici dei nodi al contorno $\{x_b\}$ che coordinate modali $\{\eta_{ij}\}$. Il primo vantaggio del metodo di riduzione Craig-Bampton consiste nel fatto che sono facilmente calcolabili sia i modi vincolati che i modi di vibrare di struttura vincolata. Nel sistema ridotto vengono mantenuti i gradi di libertà al contorno originali, consentendo di aggiungere o sostituire diverse sottostrutture senza dover analizzare nuovamente il modello completo. Infatti, le sottostrutture sono connesse attraverso giunti ai nodi al contorno $\{x_b\}$. In figura 10 è mostrata una selezione dei modi rappresentativi della cassa dell'assale elettrico, sia per i modi strutturali che per quelli al contorno (boundary modes).

Analisi NVH dell'assale elettrico con offset di montaggio

In questa sezione viene presentata l'analisi NVH dell'assale elettrico. Le simulazioni state svolte per valutare l'influenza di offset di montaggio positivi e negativi ($\pm H$) sul comportamento vibratorio del sistema; sono stati considerati cinque scenari:

- $H = 0$ mm (offset zero)
- $H = \pm 0,1$ mm
- $H = \pm 0,5$ mm

Viene simulato un aumento di velocità lineare da 0 a 500 rad/s sull'albero di ingresso in 5 secondi. All'albero di uscita viene applicata una coppia resistente di 50 Nm. Il carico all'albero di uscita viene applicato nei primi 0,1 secondi della simulazione seguendo una funzione polinomiale di 3° grado.

Nei banchi di prova reali, è prassi comune posizionare accelerometri in punti di misura opportunamente selezionati. Pertanto, nella simulazione multibody, sono stati definiti diversi accelerometri virtuali, come mostrato in figura 11. Sono di seguito illustrati i risultati relativi all'accelerometro A della figura 11 per tutti gli scenari considerati. Le accelerazioni normali alla superficie sono mostrate nei diagrammi di Campbell in figura 12 e figura 13, rispettivamente, per gli offset del pignone (H) positivi e negativi. Come osservato in figura 12, l'offset positivo del pignone porta a un aumento dell'ampiezza dell'accelerazione.

L'offset negativo del pignone ($H = -0,1$) mostra una riduzione dell'accelerazione rispetto alla posizione di offset zero; mentre un ulteriore spostamento del pignone ($H = -0,5$) comporta un aumento delle accelerazioni. Questa considerazione è abbastanza comune nella pratica della produzione di coppie coniche, poiché l'offset del pignone viene determinato sperimentalmente mediante prove al banco, minimizzando l'errore di trasmissione della coppia di ingranaggi. La procedura illustrata, opportunamente messa a punto con la validazione sperimentale, consente di eseguire un banco di prova virtuale per l'ottimizzazione dell'offset del pignone. L'influenza dell'offset del pignone è stata determinata anche da un'altra simulazione del sistema in cui il pignone viene spostato durante una simulazione a velocità costante. A titolo di esempio, sono state analizzate due simulazioni in regime stazionario: la prima con velocità di ingresso di 270 rad/s e la seconda con velocità di ingresso di 460 rad/s, (figura 14). I risultati mostrano che l'offset ottimale del pignone (che minimizza le accelerazioni sul punto di controllo) dipende dalla velocità di rotazione del sistema.

Calcolo della pressione sonora

Per confrontare i risultati in base al livello di pressione sonora emesso, si possono utilizzare metodi FEM o BEM basati sui risultati generati dalla simulazione multibody per l'analisi in campo vicino (near field) ed in campo lontano (far field) del suono aereo. Tuttavia, per avere un'idea qualitativa del miglioramento, la struttura può essere semplificata con un radiatore sferico di ordine 0 basato sulle vibrazioni strutturali. La potenza sonora emessa da un radiatore sferico può essere calcolata [24] come:

$$P_v = 2\pi R_K^2 \tilde{V}_R^2 \rho_L^{20^\circ} c_L \frac{(\omega/\omega_K)^2}{1 + (\omega/\omega_K)^2} [W] \quad (21)$$

Il raggio del radiatore sferico, R_K può essere derivato dalle dimensioni dell'housing della trasmissione. Tale valore influisce sulla determinazione dell'esatto valore di pressione

sonora (Sound Pressure Level), ma essendo costante per tutte le simulazioni svolte, si ritiene l'approccio sia valido al fine di un confronto qualitativo dei risultati.

$$R_k \sim 150 \text{ [mm]}$$

Mediante tale assunzione, la frequenza angolare del radiatore omnidirezionale è determinata come:

$$W_k = C_L/R_k$$

Inoltre, la densità dell'aria circostante, e la velocità del suono, devono essere tenute in considerazione:

$$C_L = 343.4 \text{ [m/s]; } \rho_{20^\circ} = 1.2041 \text{ [kg/m}^3\text{]} \quad (22)$$

La velocità della superficie emittente v_r ad una certa frequenza è l'output del calcolo multibody e può essere generata dal segnale dei nodi superficiali, applicando una Fast Fourier Transformation (FFT).

P_0 è definita come la potenza base:

$$P_0 = 1 * 10^{-12} \text{ [W]} \quad (23)$$

Il livello di pressione Sonora (sound pressure level) può dunque essere calcolato mediante la seguente formula:

$$L_p(v) = 10 * \lg(Pv/P_0) \text{ [dB]} \quad (24)$$

Applicando tale ipotesi semplificativa alla velocità media di tutti gli accelerometri virtuali (tabella 5), un offset negativo del pignone pari a 0.1 mm, consente di ottenere una riduzione del livello di pressione sonora di circa 2.0 dB.

Conclusioni

Il modello multibody proposto in questo studio permette di valutare le prestazioni in termini di rumore e vibrazioni di un assale elettrico con ruote coniche in funzione della distanza di montaggio (H). Come previsto, si osserva una significativa riduzione delle accelerazioni su un punto di controllo situato sulla carcassa, per una specifica distanza di montaggio. Un'adeguata messa a punto del modello mediante validazione sperimentale è oggetto di futuri studi, per consentire la realizzazione di un banco di prova virtuale per l'ottimizzazione della distanza di montaggio. •

Gli autori ringraziano: l'ing. Jürg Langhart di KISSsoft AG per il prezioso supporto nell'esecuzione dell'analisi di contatto delle coppie coniche con un software specializzato; KISSsoft AG (una società Gleason) e Gleason Corporation per il supporto nel calcolo della coppia conica.

Bibliografia

- 1 H. J. Stadtfeld, Gleason Bevel Gear Technology: The Science of Gear Engineering and Modern Manufacturing Methods for Angular Transmissions, Gleason Works, 2014
- 2 Vivet, M., Acinapura, A., Dooner, D., Mundo, D., Tamarozzi, T., & Desmet, W. (2018). Loaded tooth contact analysis of spiral bevel gears with kinematically correct motion transmission. In Proceedings of the International Gear Conference 2018 (pp. 223-232). Chartridge Books Oxford.
- 3 Litvin, F.L., Fuentes, A., Hayasaka, K.: Design, manufacture, stress analysis, and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears. Mechanism and Machine Theory, Vol. 41, 2006, PP. 83-118.
- 4 F. L. Litvin and A. Fuentes, Gear Geometry and Applied Theory, Cambridge University Press, 2004.
- 5 Akerblom, M.; Gear noise and vibration a literature survey. Semantic Scholar, 2001, PP. 1-25.
- 6 Knecht, P., Löpenhus C., Brecher C.: Influence of topography deviations on the psychoacoustic evaluation of ground bevel gears. Gear Technology, Nov.-Dec. 2016, PP. 84-95.
- 7 Geradts, P., Brecher, C., Löpenhaus, C., Kasten, M.: Reduction of the tonality of gear noise by application of topography scattering, Applied Acoustics, Vol. 148, 2019, PP. 344-359.
- 8 Cheng, Y., Lim, T.C.: Dynamics of hypoid gear transmission with nonlinear time-varying mesh characteristics, ASME Journal Mechanical Design. Vol. 125, 2003, PP. 373-382.
- 9 Peng, T.: Coupled multibody dynamic and vibration analysis of hypoid and bevel geared rotor system. PhD Thesis, Division of Research and Advanced Studies, University of Cincinnati, 2010.
- 10 Stadtfeld, H. J. Duplex cut method for making generated spiral bevel gears of a bevel or hypoid gear drive, Patent
- 11 Brecher, C., Löpenhaus, C., & Knecht, P. (2016). Design of acoustical optimized bevel gears using manufacturing simulation. Procedia CIRP, 41, 902-907.
- 12 H. J. Stadtfeld, Gleason Bevel Gear Technology: The Science of Gear Engineering and Modern Manufacturing Methods for Angular Transmissions, Gleason Works, 2014
- 13 Stadtfeld, H. J. Practical Gear Engineering, Answers to Common Gear Manufacturing Questions, Gleason Works, 2019
- 14 Marano, D., Pascale, L., Langhart, J., Ebrahimi, S., & Giese, T. NVH Analysis and Simulation of Automotive E-Axles.
- 15 Tuma, J. (2014). Vehicle gearbox noise and vibration: Measurement, signal analysis, signal processing and noise reduction measures. John Wiley & Sons.
- 16 Flores, P., & Lankarani, H. M.: Contact force models for multibody dynamics. Springer, 2016.
- 17 Marano, D., Pellicano, F., Pallara, E., Piantoni, A., Tabaglio, L., Lucchi, M., & Orlandi, S. (2018). Modelling and simulation of rack-pinion steering systems with manufacturing errors for performance prediction. International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing, 13(2), 178-198.
- 18 Choi, J., Rhim, S., & Choi, J. H. (2013). A general purpose contact algorithm using a compliance contact force model for rigid and flexible bodies of complex geometry. International Journal of Non-Linear Mechanics, 53, 13-23.
- 19 Choi, J., & Choi, J. H. (2013, August). A Smooth Contact Algorithm Using Cubic Spline Surface Interpolation for Rigid and Flexible Bodies. In International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (Vol. 55966, p. V07AT10A043). American Society of Mechanical Engineers.
- 20 He, J., Fu, Z.F.: Modal Analysis. Butterworth-Heinemann, 2001.
- 21 Simeon, B.: Computational Flexible Multibody Dynamics: A Differential-Algebraic Approach. Springer, 2013.
- 22 Bauchau, O.A.: Flexible Multibody Dynamics. Springer, 2011.
- 23 Allen, M.S., Rixen, D., van der Seijs, M., Tiso, P., Abrahamsson, Th., Mayes, R.L.: Substructuring in Engineering Dynamics: Emerging Numerical and Experimental Techniques. CISM International Centre for Mechanical Sciences, Springer, 2020.
- 24 Franz G. Kollmann (2000). Maschinenakustik Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Articolo tratto da una relazione presentata all'AGMA FTM 2021 e stampato con l'autorizzazione dell'American Gear Manufacturers Association, proprietaria dei diritti d'autore. American Gear Manufacturers Association, 1001 N. Fairfax Street, 5th Floor, Alexandria, Virginia 22314. Le dichiarazioni e le opinioni espresse in questo testo sono quelle degli autori e non sono da considerarsi ufficiali dell'American Gear Manufacturers Association. Si ringrazia l'AGMA per la gentile autorizzazione alla pubblicazione (NdR).