

Progettazione di un riduttore epicicloidale

PRINCIPI TEORICI DI UN RIDUTTORE EPICICLOIDALE E SUA PROGETTAZIONE, GRAZIE ALL'IMPIEGO DEL SOFTWARE DI CALCOLO KISSOFT

L'invenzione del meccanismo epicicloidale affonda le sue radici nel I secolo a.C.. Il più antico calcolatore astronomico della storia conosciuto come "Calcolatore di Antikythera", fu infatti costruito circa 2000 anni fa presso l'isola di Antikythera situata nel tratto del mar Egeo compreso tra il Peloponneso e Creta [1].

Attualmente si ritiene che il congegno fosse un preciso calcolatore astronomico, costruito per "monitorare" i rapporti ciclici tra il sole, le stelle ed i pianeti. Poteva servire sia come strumento per la navigazione, sia come strumento per indagini astronomiche. Ad un primo esame delle caratteristiche del meccanismo si può pensare ad una macchina "fuori dal tempo": gli archeologi concordavano nell'affermare che in quel tempo non era possibile produrre apparecchiature di tale complessità cinematica. Del resto, i rotismi epicicloidali o differenziali sono stati applicati in epoca moderna, oltre 19 secoli dopo, nel differenziale delle automobili. L'invenzione del rotismo differenziale è ufficialmente attribuita all'orologiaio francese Onésiphore Pecqueur (1792-1852), che lo brevettò nel 1828 per le carrozze a vapore [2]. Jacques de Vaucanson (1709-1782) fu il primo ad applicare il sistema differenziale ad una automobile con carica a molla presentata al Re Luigi XV di Francia nel 1748 [2]. Da allora il meccanismo epicicloidale è divenuto, nelle sue diverse declinazioni, oggetto di numerosi studi scientifici e di ricerca. I riduttori epicicloidali sono ad oggi molto apprezzati in ogni settore industriale, grazie alla loro principale caratteristica: permettere elevati rapporti di trasmissione, contenendo peso e dimensioni. In questo articolo, sono brevemente esposti i principi teorici di

tale meccanismo e la progettazione di un case-study nel moderno e potente software di calcolo KISSsoft.

Il complesso normativo

Il complesso di normative inerenti il calcolo della resistenza degli organi meccanici, che compongono un riduttore, è vasto e interessa tutti gli organismi di normazione nazionali e internazionali. Si propone al lettore un sintetico compendio delle più utilizzate in ambito progettuale, in relazione ad elementi meccanici quali ingranaggi, cuscinetti e alberi (tabella 1).

Con riferimento specifico ai riduttori epicicloidali, gli enti di normazione americani hanno pubblicato un interessante normativa: la ANSI/AGMA 6123-C16, che si configura come un pragmatico "Design Manual" contenente le linee guida per la progettazione di un riduttore epicicloidale. Le normative di calcolo citate sono implementate (tra le numerose disponibili) in KISSsoft, permettendo in tal modo al moderno progettista, la certificazione secondo normativa degli organi meccanici.

TAB. 1 - IL COMPLESSO NORMATIVO

Elemento	Principali Normative
Ingranaggi Cilindrici	ISO 6336:2019, DIN 3990, ANSI/AGMA 2101, ISO 21771, ISO 1328, DIN 3967, DIN 58405
Ingranaggi Cilindrici in plastica	VDI 2736
Cuscinetti	ISO 281, ISO 16281
Alberi	DIN 743

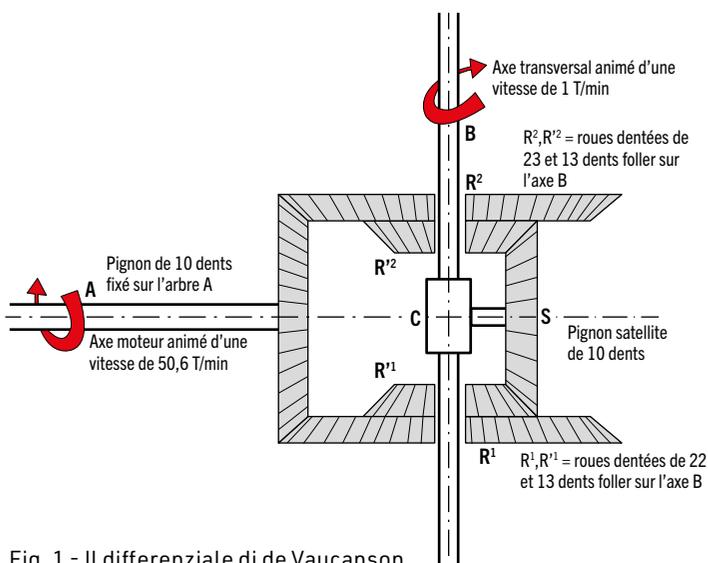


Fig. 1 - Il differenziale di de Vaucanson

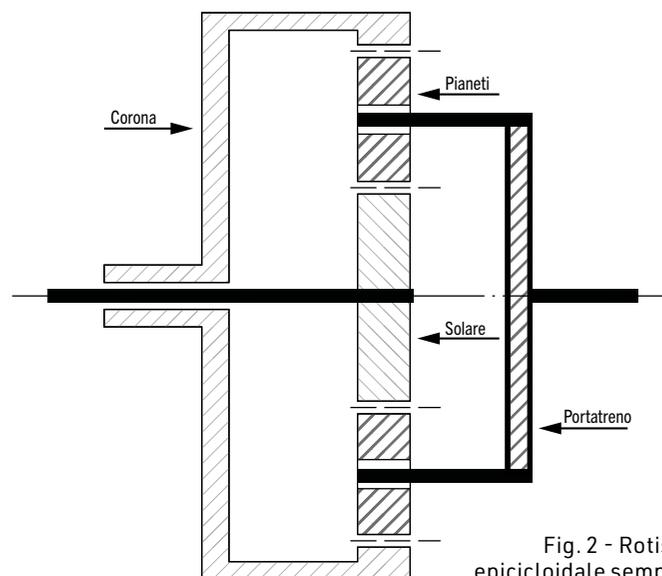


Fig. 2 - Rotismo epicicloidale semplice

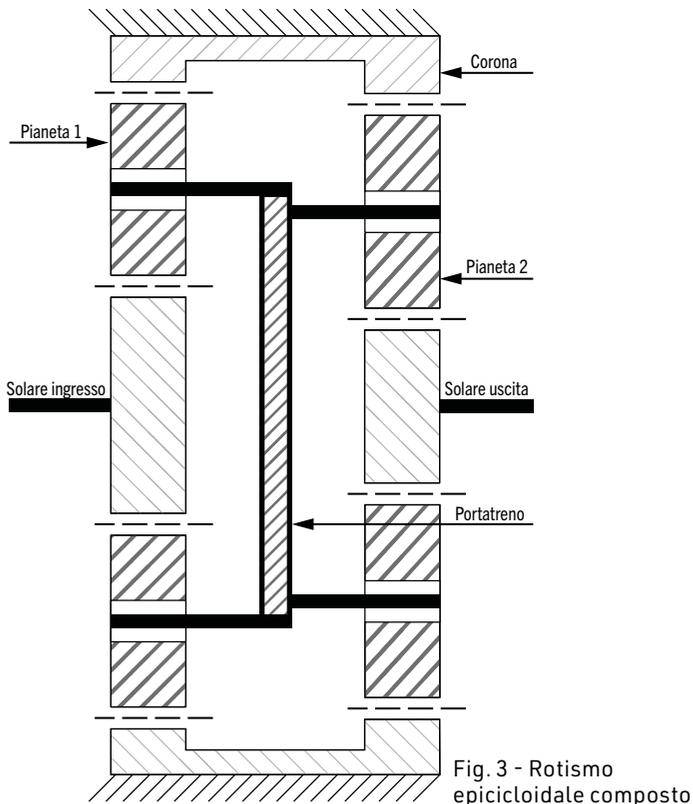


Fig. 3 - Rotismo epicicloidale composto

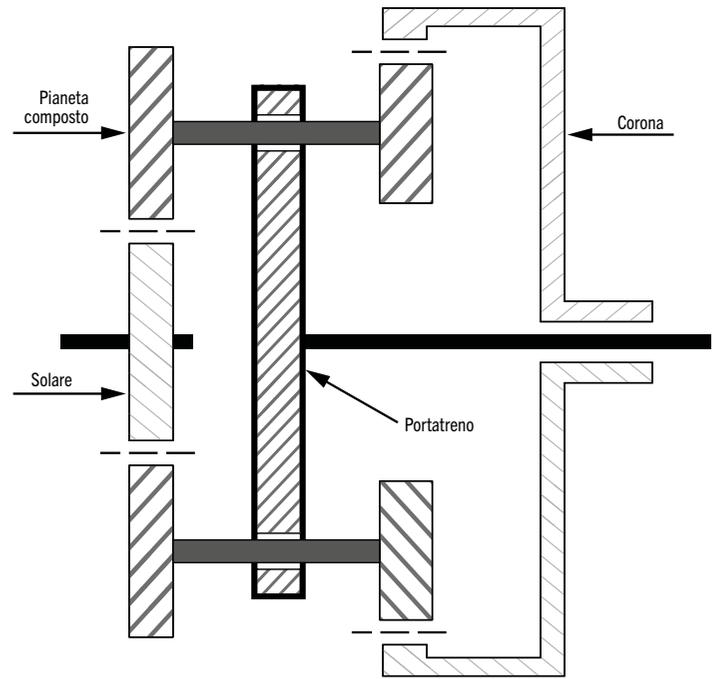


Fig. 4 - Rotismo epicicloidale accoppiato

TAB. 2 - RIDUTTORE EPICICLOIDALE SEMPLICE

Ingresso	Fisso	Uscita	Verso di rotazione	Rapporto di trasmissione
Solare	Portatreno	Corona	Opposto	$-Z_R/Z_S$
Solare	Corona	Portatreno	Uguale	$Z_S + Z_R / Z_S$
Corona	Portatreno	Solare	Opposto	$-Z_S/Z_R$
Corona	Solare	Portatreno	Uguale	$Z_S + Z_R / Z_R$
Portatreno	Corona	Solare	Uguale	$Z_S/Z_S + Z_R$
Portatreno	Solare	Corona	Uguale	$Z_R/Z_S + Z_R$

Definizione del Layout Concettuale

Lo schema di funzionamento

I rotismi epicicloidali sono caratterizzati dall'aver una o più ruote con asse di rotazione non fisso. I componenti di un riduttore epicicloidale si possono suddividere in quattro parti principali.

- Il pignone (detto anche solare) è solitamente collegato all'albero motore mediante calettatore;
- La ruota con dentatura interna viene definita corona; essa è spesso solidale alla carcassa del riduttore;
- Gli ingranaggi planetari, che ruotano tra il pignone e la corona, posizionati su un elemento denominato portasatelliti;
- Il portasatelliti (o portatreno), ha funzione di fornire il moto ai satelliti. In talune configurazioni, il portasatelliti funge da albero di uscita del riduttore.

In base all'elemento fisso, il rotismo epicicloidale assume una denominazione specifica [3]:

- con ruota Solare fissata: la disposizione è detta "Sun" (Solare)
- con Portasatelliti fisso: la disposizione è detta "Star" (Stella)
- con corona fissa: la disposizione è detta "Planetary" (Planetario)

In configurazione con corona fissa, il movimento che compio-

no gli ingranaggi planetari ricorda il movimento che compiono i pianeti del sistema solare intorno al sole.

Le principali tipologie di configurazioni epicicloidali sono [3]:

- Non Differenziali: Semplici, Composti (Compound), Accoppiati (Coupled)
- Differenziali.

Calcolo dei rapporti di riduzione

Il calcolo del rapporto di riduzione di un meccanismo epicicloidale è basato sulla celebre equazione enunciata nel 1841 da Willis nel suo "Principles of Mechanisms". La ANSI/AGMA 6123-C16 riporta il calcolo del rapporto di trasmissione e delle frequenze di ingranamento per svariate configurazioni di riduttori epicicloidali. Nelle tabelle 2 e 3, si riportano le formule inerenti i meccanismi non differenziali, semplici e composti.

Vincoli sul numero di denti

Si considera di seguito il caso di un treno planetario semplice [6], avente numero di denti di solare, pianeti (satelliti) e corona rispettivamente pari a z_s , z_p e z_r . Gli assi dei satelliti sono equidistanti su una circonferenza e sono supportati da un portatreno (o portasatelliti) che ruota concentricamente alla ruota solare. Supponendo che le ruote accoppiate siano ad interasse modificato, esse saranno tangenti secondo i cilindri primitivi di funzionamento e si avrà la relazione:

$$d_{wR} = d_{wS} + 2 \cdot d_{wP}, \text{ e dunque:}$$

$$z_R = z_S + 2 \cdot z_P$$

Si suppone che gli angoli primitivi di funzionamento della coppia solare-satellite e satellite-corona differiscano di poco in modo da poterli considerare uguali. La relazione che deve sussistere fra i numeri di denti affinché il montaggio sia reso possibile è la seguente:

$$z_S + z_R = \text{multiplo del numero di satelliti}$$

METODI DI CALCOLO

TAB. 3 – RIDUTTORE EPICICLOIDALE COMPOSTO

Ingresso	Fisso	Uscita	Verso di rotazione	Rapporto di trasmissione
Solare	Corona	Portatreno	Uguale	$\frac{Z_{P2}Z_S + Z_{P1}Z_R}{Z_{P2}Z_S}$
Solare	Portatreno	Corona	Opposto	$\frac{Z_{P1}Z_R}{Z_{P2}Z_S}$
Portatreno	Corona	Solare	Uguale	$\frac{Z_{P2}Z_S}{Z_{P2}Z_S + Z_{P1}Z_R}$
Portatreno	Solare	Corona	Uguale	$\frac{Z_{P1}Z_R}{Z_{P2}Z_S + Z_{P1}Z_R}$
Corona	Portatreno	Solare	Opposto	$\frac{Z_{P2}Z_S}{Z_{P1}Z_R}$
Corona	Solare	Portatreno	Uguale	$\frac{Z_{P2}Z_S + Z_{P1}Z_R}{Z_{P1}Z_R}$

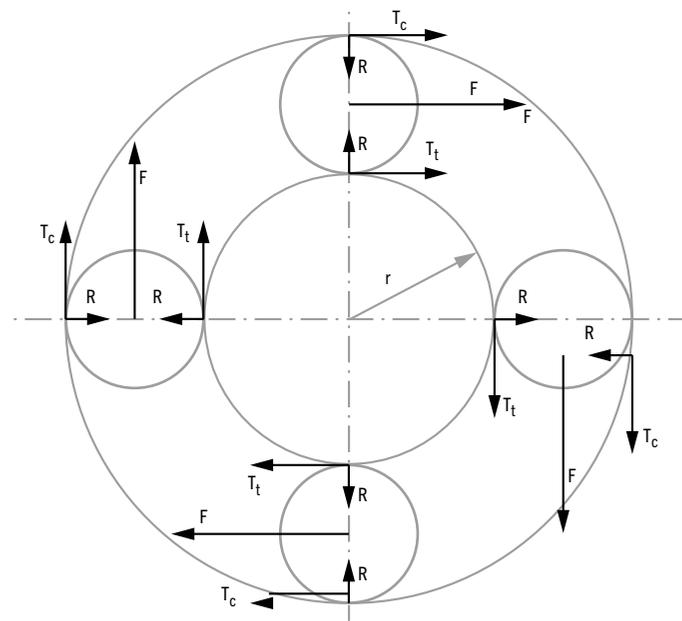


Fig. 5 - Forze trasmesse tra le ruote dentate in un riduttore epicicloidale

Dunque, la somma del numero di denti del solare e della corona diviso il numero di satelliti deve essere un numero intero, affinché i satelliti possano essere equispaziati angularmente. Tale condizione fondamentale non è sufficiente a garantire la montabilità, infatti in un rotismo reale bisogna evitare che i satelliti possano interferire tra loro, cioè toccarsi. L'interferenza fornisce una condizione sul numero massimo di satelliti, n_{max} , che si possono montare in un riduttore epicicloidale [7]:

$$n_{max} = \text{int} \left[\frac{\pi}{\arcsin \left(\frac{z_p + 2}{z_s + z_p} \right)} \right]$$

L'operatore $\text{int}[X]$ indica "la parte intera di X".

Forze trasmesse tra le ruote dentate di un meccanismo epicicloidale

Nell'ipotesi che sull'albero di ingresso, ove è montata la ruota solare, sia applicata una coppia e così pure all'albero di uscita del portatreno, nel caso cioè che su detti alberi non vi siano pulegge o ruote dentate per la trasmissione della potenza ma vi siano semplicemente dei giunti, sui sopporti di detti alberi non agiscono forze tangenziali, radiali o assiali dovute alla trasmissione della potenza [7]. Infatti la forza tangenziale della ruota solare si ripartisce in parti uguali tra i satelliti, tali forze T_s indicate in figura 5 hanno risultante nulla e così pure le forze radiali R . Hanno risultante nulla anche le forze tangenziali T_c e radiali R agenti sulla corona; le uniche forze da prendere in considerazione sono quelle che agiscono sui perni dei satelliti, indicate con F in figura 5. $F = T_c + T_r = 2T/k$ in cui T è la forza tangenziale agente sulla ruota solare $T = 9549,2 \cdot P / r_p \cdot n$ ove n è la velocità angolare in giri/min dell'albero della ruota solare, r_p è il raggio primitivo della ruota solare (in m), e k è il numero di satelliti presenti nel meccanismo.

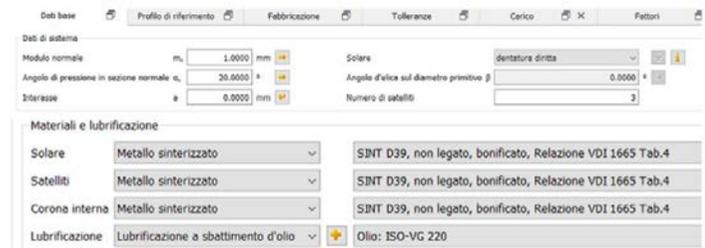


Fig. 6 - Dati sui materiali per la "progettazione di massima"

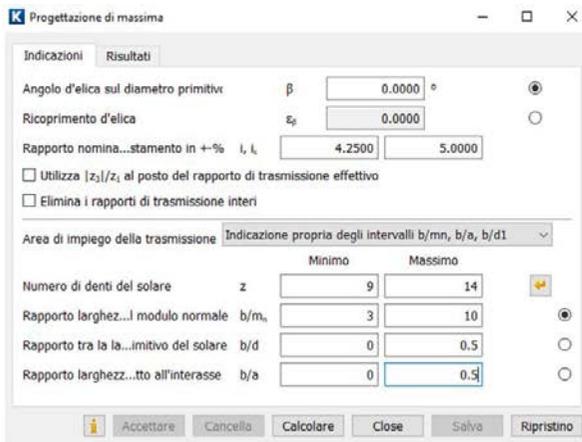
Progettazione di un riduttore epicicloidale in KISSsoft

KISSsoft è un potente e moderno strumento di calcolo per la progettazione e simulazione di trasmissioni meccaniche. È di seguito illustrato il dimensionamento di un riduttore epicicloidale avente le seguenti specifiche tecniche: coppia in ingresso pari a 450 Nmm (0.45 Nm) a 10000 rpm, rapporto di trasmissione di 4.25. La vita richiesta al riduttore è di 20000 ore con un fattore di applicazione KA pari a 1.25. Le dimensioni del package (diametro esterno della corona) sono di 35 mm incluso 3 mm di materiale tra il diametro di fondo dente ed il diametro esterno. Gli ingranaggi sono realizzati in materiale metallico sinterizzato; il modulo deve essere maggiore di 0.5 mm per ragioni di producibilità.

Progettazione di massima

Mediante la funzionalità di "progettazione di massima", il progettista, immettendo alcuni dati caratteristici del riduttore, elencati di seguito, ottiene in pochi passaggi un elenco di soluzioni che soddisfano i requisiti geometrici, cinematici e strutturali (figure 6 e 7):

- Materiale degli ingranaggi
- Numero di satelliti
- Potenza e numero di giri della ruota di riferimento (ad esempio solare)
- Vita utile richiesta (ore)
- Rapporto di trasmissione richiesto (ed eventuale scostamento ammissibile)
- Normativa di riferimento per il calcolo degli ingranaggi



Nr.	a [mm]	b [mm]	m [mm]	$\alpha_n [^\circ]$	$\beta [^\circ]$	z_1	z_2	z_3	z_4		
1	9.370	2.935	2.845	2.930	0.520	20.000	0.000	14	16	-86	3.411
2	10.876	2.423	2.377	2.420	0.492	20.000	0.000	14	18	-80	3.431
3	11.893	4.637	3.460	4.037	3.153	20.000	0.000	9	10	-71	5.525
4	7.288	3.480	3.248	3.480	0.464	20.000	0.000	14	18	-80	3.411
5	8.626	2.841	2.566	3.480	0.550	20.000	0.000	14	16	-80	3.418
6	7.700	2.988	2.700	2.988	0.500	20.000	0.000	14	15	-80	3.543
7	8.050	2.811	2.723	2.811	0.550	20.000	0.000	13	14	-84	3.766
8	8.050	2.815	2.577	2.815	0.550	20.000	0.000	14	13	-83	3.715
9	8.050	2.982	2.894	2.982	0.580	20.000	0.000	14	14	-80	3.266
10	8.450	2.898	2.930	2.898	0.550	20.000	0.000	14	15	-84	3.830
11	8.800	2.932	2.522	2.932	0.600	20.000	0.000	13	11	-84	5.670
12	8.800	3.085	2.777	3.085	0.600	20.000	0.000	13	15	-84	3.814
13	9.000	2.606	3.330	2.606	0.600	20.000	0.000	14	12	-83	3.730
14	8.800	2.751	2.463	2.751	0.600	20.000	0.000	14	14	-83	3.385
15	9.200	2.705	2.437	2.705	0.600	20.000	0.000	14	15	-86	3.481
16	9.300	2.537	3.449	2.537	0.650	20.000	0.000	13	14	-84	3.791
17	9.370	2.935	2.845	2.930	0.520	20.000	0.000	14	16	-86	3.411
18	9.550	2.699	3.511	2.699	0.650	20.000	0.000	13	18	-84	3.430

Fig. 7 - Funzionalità di "progettazione di massima"

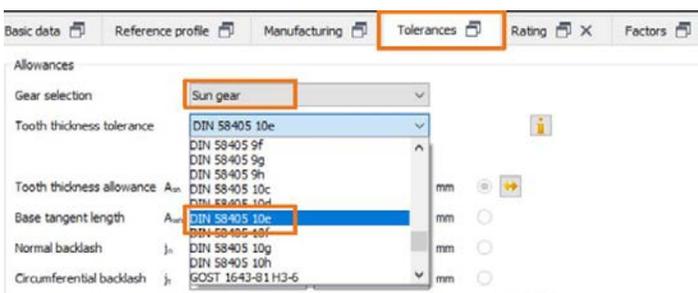


Fig. 8 - Tolleranza di dentatura in KISSsoft

sili per il profilo di riferimento degli ingranaggi (e.g. database aziendale dei creatori) e utilizzare svariate funzionalità avanzate di ottimizzazione. Il risultato di tale fase progettuale è un elenco di soluzioni, che possono essere visualizzate graficamente secondo diversi criteri, tra cui si procederà a selezionare la soluzione ottimale. La soluzione scelta consente di massimizzare la sicurezza degli ingranaggi, mantenendo l'interasse sufficientemente compatto. Il software consente l'esportazione automatica dei disegni di produzione degli ingranaggi in formato .dxf e del modello solido 3D.

Analisi Avanzate in KISSsys

In KISSsys è possibile inoltre eseguire analisi di sistema mediante la modellazione integrale del riduttore; in tal modo si procede alla verifica di organi meccanici quali alberi e cuscinetti e si considerano le influenze di questi ultimi sul calcolo degli ingranaggi. Tra le numerose funzionalità avanzate, è possibile considerare le deformazioni della cassa calcolate mediante FEM, calcolare le frequenze caratteristiche degli organi meccanici ed effettuare analisi dinamiche.

Ringraziamenti

L'autore ringrazia KISSsoft AG, rappresentata in Italia dall'Ing. Saltini (KISSsoft Country Manager) e l'ing. De Rosa (KISSsoft Area Manager) per aver concesso la licenza di utilizzo software e Gear Transmission Solutions, società specializzata nella progettazione di trasmissioni per la documentazione fornita.

BIBLIOGRAFIA

1. G. Pastore, Il calcolatore di Antikythera, <http://www.giovannipastore.it/ANTIKYTHERA.htm>
2. P.A. Simionescu, Named Contributions to MMS: Bridging History and Terminology, June 2019
3. ANSI/AGMA 6123-C16, Design Manual for Enclosed Epicyclic Gear Drives
4. G. Ruggieri, Rotismi Epicicloidali, Mc-Graw Hill
5. G. Henriot, Gli ingranaggi ed i sistemi epicicloidali, Brevini riduttori
6. J. Sprengers, Manuale del Motoriduttore, Bonfiglioli, Parte III
7. M. Callegari, P. Fanghella, F. Pellicano, Meccanica Applicata alle Macchine, Città Studi Edizioni
8. C. Gorla, "La progettazione degli ingranaggi in plastica", Organi di Trasmissione Agosto 2020
9. Elementi di meccanica delle trasmissioni, Calcolo degli sforzi sui supporti, Quaderni di formazione SKF

Le soluzioni ottenute possono essere filtrate secondo diversi parametri caratteristici, e la scelta della soluzione ottimale può essere effettuata secondo svariati criteri: massima resistenza a fatica degli ingranaggi, massima densità di potenza (soluzione scelta), ecc.

Sceita delle tolleranze di dentatura

La tolleranza di dentatura può essere selezionata in accordo ai principali standard internazionali (DIN 3967, DIN 58405, ISO 1328, ecc.). In questo caso, essendo il modulo normale minore di 1, si utilizza la normativa DIN 58405, in classe 10e per ciascun ingranaggio. Il numero "10" indica la qualità (larghezza della fascia di tolleranza), la lettera "e" rappresenta i limiti della fascia di tolleranza e dunque il gioco di dentatura, detto anche backlash (figura 8). Avendo definito le tolleranze, si procede ad aggiustare le larghezze di fascia degli ingranaggi proposte da KISSsoft, secondo valori progettualmente idonei.

Progettazione di precisione

La fase di pre-dimensionamento effettuata consente di procedere nella progettazione mediante il tool "Progettazione di precisione" avendo in input dei dati consistenti e corretti. La progettazione di precisione consente di affinare il risultato ottenuto mediante ottimizzazione vincolata. È quindi possibile imporre dei campi di accettabilità su parametri geometrici (e.g. modulo normale, interasse, diametri, ecc.), selezionare una lista di uten-